

(1) 火星上で重さ $1.0 \text{ [N]} \Rightarrow$ 質量を求める.

火星の重力は地球の $\frac{1}{3} \rightarrow$ 火星の $g' = \frac{1}{3}g$

$$\therefore F_{\text{Mars}} = 1.0 \text{ (N)} = m g' = \frac{1}{3} m g \quad (\text{質量は火星でも地球でも変化したらない})$$

$$\therefore m = \frac{3}{g} \times 1.0 = \frac{3}{9.8} = 0.31 \text{ (kg)}$$

(2) 保存力場では仕事は道筋によらず決まる.

$$\therefore \text{第1に } \oint \mathbf{F}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} = 0$$

$$(3) \quad U(r) = - \frac{GMm}{r}$$

$$(4) \quad |\mathbf{L}| = m r^2 \dot{\varphi}$$

(5) 放物線, 近日点 (or 太陽と天体の距離が一番近い点)

[2] (1) $x \geq a$

(2) $a \leq x \leq d$

(3) c 点.

(4) a 点.

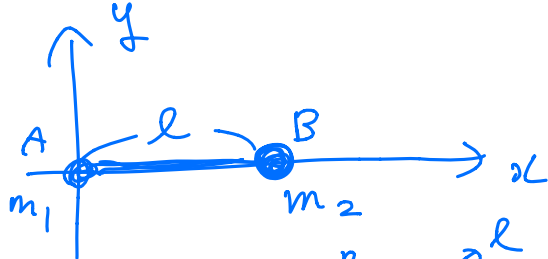
$$\begin{aligned} (5) \quad F_a &= - \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_{x=a} = - \left(\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{k}{4} (x-c)^4 + U_0 \right] \right)_{x=a} \\ &= [-k(x-c)^3]_{x=a} \\ &= k(c-a)^3 (>0) \quad (c > a \text{ である}) \end{aligned}$$

$$(6) \quad F_c = - \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_{x=c} = 0 \quad (\text{極小点なので})$$

(7) a と d の間で運動する (c 点で最大速度, a と d 点で静止)

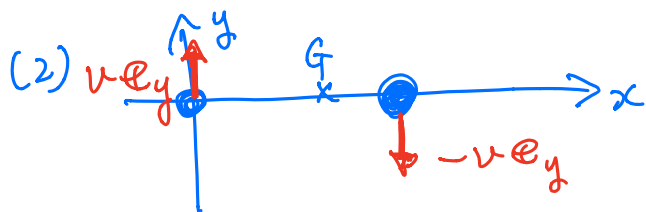
(8) $\left\{ \begin{array}{l} a < x < c \text{ の方がポテンシャルの傾きが急なので} \\ c < x < d \text{ よりすばやく運動する.} \end{array} \right.$

[3]



$\begin{cases} (m_2 > m_1) \\ \text{重心} \in r_G = (x_G, y_G) \in \mathbb{R}^2 \end{cases}$

$$(1) x_G = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} l, \quad y_G = 0$$



$$\therefore r_G = \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} l, 0 \right)$$

$$\dot{x}_G = \frac{m_1 \dot{x}_1 + m_2 \dot{x}_2}{m_1 + m_2} = 0, \quad \dot{y}_G = \frac{m_1 \dot{y}_1 + m_2 \dot{y}_2}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{m_1}{m_1 + m_2} v + \frac{m_2}{m_1 + m_2} (-v)$$

$$= \frac{v}{m_1 + m_2} (m_1 - m_2)$$

$$= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v$$

$$\therefore \dot{r}_G = \left(0, \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v \right)$$

今の場合, $m_2 > m_1$ なので

重心の速度はy軸負の向きを向いている

$$(3) \text{ 重心の運動方程式は } M \ddot{r}_G = F_{ex}$$

$$\text{今, } F_{ex} = 0 \text{ より } M \ddot{r}_G = 0 \rightarrow \dot{r}_G = \text{一定}$$

$\therefore$ y軸負の向きに一定の速さ $\left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) v$ で等速直進運動する

$$(4) F_{ex} = -Mg$$

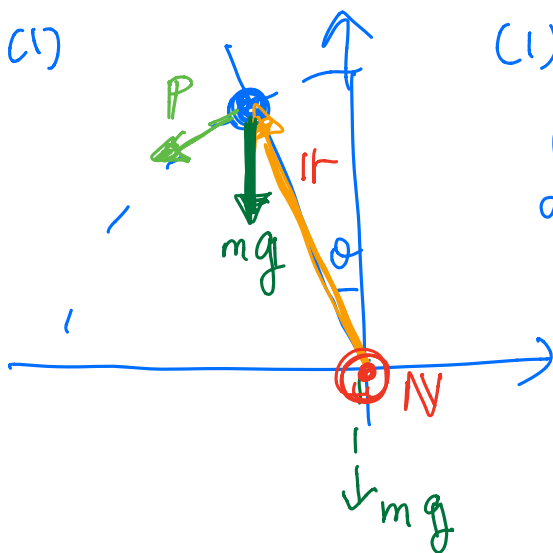
$$\therefore M \ddot{r}_G = -Mg$$

$$\therefore \text{加速度 } \ddot{r}_G = -g$$

$$|\ddot{r}_G| = -g$$

y軸負の向きに g 等加速度運動

[4.] (1)



$$(1) \mathbf{N} = \mathbf{r} \times m\mathbf{g}$$

$$\begin{cases} |\mathbf{N}| = |\mathbf{r}| |m\mathbf{g}| \sin\theta \\ = mgl \sin\theta \end{cases}$$

$\mathbf{N}$ の向き, z 軸正の向き ($\mathbf{e}_3$ の向き)

$$\therefore \mathbf{N} = mgl \sin\theta \cdot \mathbf{e}_3$$

$$(2) \mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$$

$$\begin{cases} |\mathbf{L}| = |\mathbf{r}| |m\mathbf{v}| \sin 90^\circ = mrv \\ = mr(r\dot{\theta}) = mr^2\dot{\theta} \\ \mathbf{L} \text{ の向き, } z \text{ 軸正の向き } (\mathbf{e}_3 \text{ の向き}) \end{cases}$$

$$\therefore \mathbf{L} = mr^2\dot{\theta} \mathbf{e}_3$$

$$(3) \frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{N} \quad \text{より} \quad \frac{d}{dt}(mr^2\dot{\theta}) \mathbf{e}_3 = mgl \sin\theta \cdot \mathbf{e}_3$$

$$\therefore mr^2\ddot{\theta} = mgl \sin\theta \quad (\dot{l} = 0, \dot{\mathbf{e}}_3 = 0)$$

$$\text{よって } \ddot{\theta} = +\frac{g}{l} \sin\theta \quad (*) \text{ 右辺の符号は正で振り子に注意}$$

(4). θ が大きい程, $\sin\theta$ は大きくなる. ($0^\circ < \theta < 90^\circ$ の時)

よって (*) の右辺式より 角加速度 ($\ddot{\theta}$) は θ とともに大きくなる.
この事から, 棒は倒れ始めると加速度を増しながら急速に倒れる.