

力学 I CD 中間試験

学番： \_\_\_\_\_ 氏名： \_\_\_\_\_

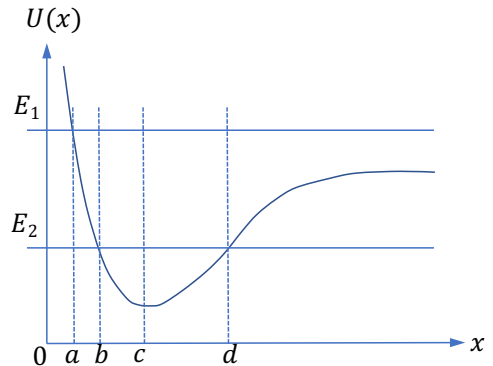
(注意) この問題用紙にも学番、氏名を記すこと。解答は解答用紙に簡潔に書く。ベクトルとスカラーが区別できるように書くこと。また、文字、記号も読み取れるように丁寧に書くこと。判別が不可能な字や式は採点しない場合もある。本文中に出てくる定数や物理量を表す記号は講義中で使用したものと同一であるので、特にことわらずに使用した問題もある。

- 以下の問に答えよ。途中計算などは不要。答えのみを解答用紙に記せ。(途中計算などを書いてあっても加算しない。)
- (1) 火星の地表上で重さが1.0 N の物体の質量はいくらか(単位は kg)。ただし、火星の地表での重力は地球上の1/3とする。
- (2) 力の場  $\mathbf{F}(\mathbf{r})$  が保存力の場のとき、任意の経路で一周する循環積分  $\oint \mathbf{F}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r}$  の値はいくらになるか。
- (3) 万有引力の場  $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -G \frac{Mm}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}$  において、基準点を無限大にとった時のポテンシャルエネルギー  $U(r)$  を書きなさい。
- (4) 中心力場では、質点は常に角運動量ベクトル  $\mathbf{L}$  に垂直な面の上を運動する。この面の上で2次元極座標を設定したとき、 $\mathbf{L}$  の「大きさ」を質点の質量  $m$ 、動径  $r$ 、偏角  $\varphi$  を使って表せ(時間微分も含めて良い)。
- (5) 太陽に近づいてきた天体の軌道の離心率は1.0であった。その天体の軌道の名称と、その天体の速さが最大なる地点は太陽に対してどのような位置にあるかを答えよ。ただし、他の天体の影響は無視できるものとする。

2. 右図のような1次元ポテンシャル  $U(x)$  で表せる場があったとする。  $0 < x \leq c$  の範囲では、

$$U(x) = \frac{k}{4}(x-c)^4 + U_0$$

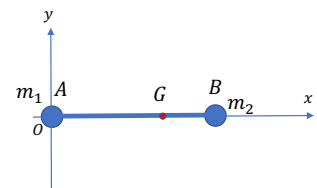
で表されるとする。ただし、  $x = c$  で  $U(x)$  は極小値  $U_0 (> 0)$  をとる。また、  $k (> 0)$  は定数とする。この場での質点の1次元運動について以下の設問に答えよ (a, b, c, d の記号を使って良い)



- 力学的エネルギーが  $E_1$  の時の運動可能な  $x$  の範囲を記せ。
- 力学的エネルギーが  $E_2$  の時の運動可能な  $x$  の範囲を記せ。
- $E = E_1$  の時、無限遠方から来た質点の速度が一番大きくなる点はどこか。
- $E = E_1$  の時、無限遠方から来た質点の速度がゼロになる点はどこか。
- $E = E_1$  の時、  $x = a$  で働く力を  $U(x)$  より求めよ。
- $x = c$  で働く力を  $U(x)$  より求めよ。
- $E = E_2$  の時はどんな運動をするか簡潔に述べよ。ポテンシャルが  $x = c$  に対して「非対称」であることにも考慮して答えること。

3. 右図のように、最初、  $x$  軸に沿って、質量  $m_1$  の質点A (座標 (0,0)) と質量  $m_2 (> m_1)$  の質点B (座標 (l,0)) が質量が無視できる変形しない細い棒 (長さ  $l$ ) で連結されていたとする。以下の設問に答えよ。

- 重心  $G$  の座標を求めよ。
- 質点Aに  $v\mathbf{e}_y$ 、質点Bに  $-v\mathbf{e}_y$  の初速度を与えた ( $\mathbf{e}_y$  は  $y$  軸方向の単位ベクトル)。この瞬間の重心の速度を求めよ (向きと大きさを答えよ)。
- 外力がゼロの場合、この後、重心はどのような運動をするか ( $m_2 > m_1$  に注意)
- $y$  軸負の向きに一律な重力が働いていたとする (重力加速度を  $g$  とする)。重心は加速度運動をした。重心の加速度を求めよ



4. 下の図のように、質量の無視できる変形しない棒に質量 $m$ の物体（質点とみなして良い）が原点から長さの $l$ の位置にとりつけられている（固定されている）。この棒は $xy$ 平面を回転できるようになっている。最初、 $y$ 軸上( $x=0, y>0$ )にあった棒が、反時計回りに回転して $x$ 軸負の側に倒れて行く過程を考えよう。重力を $mg$  ( $y$ 軸負の方向を向く)とし、空気の抵抗などは無視するとして、以下の問いに答えよ。（なお、 $z$ 軸正の方向は、この紙面に垂直で手前に向く方向とする。）

(1) 図のように、棒が $y$ 軸より $\theta$ だけ傾いているときの、物体（質点）にはたらく原点 $O$ のまわりの力のモーメント $\mathbf{N}$ を求めよ。（その向きと大きさを答えよ。大きさは $m, g, l, \theta$ を使って表せ。向きを表すのに $x$ 軸、 $y$ 軸、 $z$ 軸方向の単位ベクトル $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ を使っても良い）

（参考）棒の原点に接する部分には抗力が働く。しかし、原点のまわりの力のモーメントを考えているので、原点から抗力の作用点までの距離がゼロになるため、抗力による力のモーメントはゼロになる。よって、重力による寄与のみ考えれば良い。

(2) 図のように、棒が $y$ 軸より $\theta$ だけ傾いているときの、物体（質点）の原点 $O$ のまわりの角運動量 $\mathbf{L}$ を求めよ。（その向きと大きさを答えよ。大きさは $m, g, l, \theta$ を使って表せ。向きを表すのに $x$ 軸、 $y$ 軸、 $z$ 軸方向の単位ベクトル $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ を使っても良い）

(3) 回転の運動方程式 $\frac{d}{dt}\mathbf{L} = \mathbf{N}$ より $\theta$ の満たす運動方程式を求めよ。（得た方程式を解かなくて良い）

(4) これらの結果より、鉛直方向からわずかに傾いた棒は質点とともに、どのように倒れていくかを簡潔に述べなさい。

